

Kurztest Ljapunow

Frage 1: Klassifizieren Sie die folgenden Funktionen auf Definitheit:

$$V(x) = x_1^2 + x_2^2 x_3^2, x \in \mathbb{R}^3 \quad V(x) = e^{-x}, x \in \mathbb{R} \quad V(x) = x^2 - x^4, x \in \mathbb{R}$$

- | | | |
|---|--|---|
| ☐ lokal positiv definit | ☐ lokal positiv definit | ☒ lokal positiv definit |
| ☒ positiv semidefinit | ☐ positiv semidefinit | ☐ positiv semidefinit |
| ☐ indefinit | ☒ indefinit | ☐ indefinit |

$V(x) = e^{-x}$: indefinit - keine Antwort ist auch möglich.

Frage 2: Welche der folgenden Stabilitätsdefinitionen ist äquivalent zur Stabilitätsdefinition von Ljapunow?

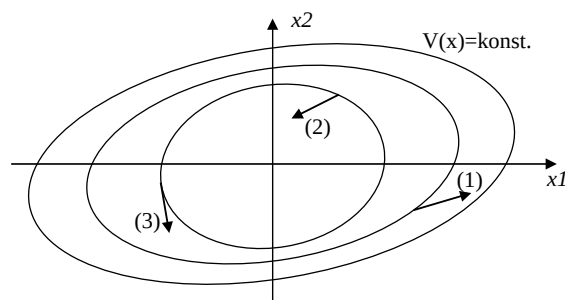
(a) Die Ruhelage $x = 0$ heißt stabil, wenn zu jedem $\epsilon > 0$ ein $\delta(\epsilon) > 0$ existiert, so dass aus $\|x(0)\| \leq \epsilon$ folgt $\|x(t)\| \leq \delta(\epsilon) \forall t \geq 0$.

(b) Die Ruhelage $x = 0$ heißt stabil, wenn ein $\epsilon > 0$ und ein $\delta(\epsilon) > 0$ existiert, so dass aus $\|x(0)\| \leq \delta(\epsilon)$ folgt $\|x(t)\| \leq \epsilon \forall t \geq 0$.

- ☐ (a) ☐ (b) ☒ weder (a) noch (b)

In der letzten Zeile der ersten Definition sind ϵ, δ vertauscht.

Frage 3: Gegeben sei ein zweidimensionales System $\dot{x} = f(x)$, $x \in \mathbb{R}^2$ sowie eine global positiv definite Ljapunow Funktion $V(x)$ mit $\dot{V}(x)$ global negativ definit. Die Abbildung unterhalb zeigt drei verschiedene Richtungen des Vektorfeldes f . Welche der Richtungen sind möglich?



- | | | |
|---|---|---|
| Richtung (1) | Richtung (2) | Richtung (3) |
| ☐ möglich | ☒ möglich | ☐ möglich |
| ☒ nicht möglich | ☐ nicht möglich | ☒ nicht möglich |

(1) bedeutet $\dot{V} > 0$, (2) bedeutet $\dot{V} < 0$, (3) bedeutet $\dot{V} = 0$.